perspectivas
em análise do comportamento
ISSN 2177-3548
centro paradigma ciências do comportamento
www.revistaperspectivas.org

Equivalência de estímulos no ensino de funções matemáticas de primeiro grau no Ensino Fundamental

Stimulus equivalence for teaching mathematical first-degree functions in the elementary school

Equivalencia de estímulos en la enseñanza de las funciones matemáticas de primer grado en la educación básica

Jader Otavio Dalto[1], **Verônica Bender Haydu**[2]

[1] Universidade Tecnológica Federal do Paraná [2] Verônica Bender Haydu - Universidade Estadual de Londrina | **Título abreviado**: Equivalência de estímulos e funções matemáticas | **Endereço para correspondência**: Rua Ulrico Zuinglio, 500 Ap. 1803 T2 - Gleba Fazenda Palhano - Londrina - PR - CEP 86055-620 | **Email**: jaderdalto@utfpr.edu.br | DOI: 10.18761/pac.2015.022

Resumo: Neste estudo foi investigado se o modelo da equivalência de estímulos é eficiente e eficaz no ensino e para a aprendizagem de funções matemáticas do primeiro grau. Participaram do estudo nove estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental, que foram submetidos a um pré-teste e um pós-teste escritos e a um procedimento de ensino no computador. O *software* Equivalência foi usado para o ensino e teste de emergência das relações condicionais entre elementos da linguagem algébrica de funções do primeiro grau y=x+1, y=x+2, y=x-1, y=x-2. No computador, a tarefa foi dividida em quatro fases, cada uma compostas por blocos de ensino de relações condicionais, teste de relações emergentes e de generalização de estímulos. Após os testes, a emergência das relações entre tabelas, expressões e gráficos das funções y=x, y=x-3, y=x+4 e y=x+3 (generalização de estímulos) foi avaliada. Dentre os nove participantes, oito formaram as classes de equivalência e sete apresentaram generalização de estímulos. Esses resultados, consistentes com os apresentados na literatura, mostram o modelo da equivalência de estímulos como uma estratégia eficiente e eficaz de ensino e de aprendizagem de Matemática.

Palavras-chave: Educação Matemática; Equivalência de Estímulos; Função do Primeiro Grau.

Abstract: In this study, it was verified if the stimulus equivalence paradigm is efficient and effective for teaching and learning mathematical first-degree functions. Nine students from the eighth grade of elementary school participated in this study, who underwent written pre-test and post-test and a teaching procedure on the computer. The software Equivalence was used for teaching and testing emergence of conditional relations between elements of algebraic language of first-degree functions y=x+1, y=x+2, y=x-1, y=x-2. On the computer, the task was divided in four phases, each one formed by training blocks, emergent relations´ testes and stimuli generalization. After the tests, the emergence of relations between tables, expressions and graphs of the functions y=x, y=x-3, y=x+4 and y=x+3 (stimuli generalization) was assessed. Eight of nine participants formed equivalence classes and seven of the nine participants presented stimuli generalization. These results, consistent with the results presented in literature, show stimulus equivalence paradigm as an efficient and effective strategy for teaching and learning Mathematics.

Keywords: Mathematics Education; Stimulus Equivalence; First-degree function.

Resumen: En este estudio se investigó si el modelo de la equivalencia de estímulos es eficiente y eficaz en la enseñanza y el aprendizaje de funciones matemáticas de primer grado. El estudio incluyó a nueve estudiantes del octavo grado de la escuela primaria, que se sometió a una pre-prueba y post-prueba escritas e a un procedimiento de enseñanza en la computadora. El software Equivalencia se utilizó para la formación y las pruebas de las relaciones condicionales de emergencia entre los elementos de las funciones algebraicas de primer grado $x + y = 1$, $x + y = 2$, $y = x-1$, $y = x-2$. La tarea en la computadora se dividió en cuatro fases, cada una compuesta de bloques de enseñanza de las relaciones condicionales, prueba de las relaciones emergentes y generalización de estímulos. Después de las pruebas, la emergencia de relaciones entre tablas, gráficas de funciones y expresiones $y = x$, $y = x-3$, $x + y = 4$ e $y = x + 3$ (generalización de estímulos) fue evaluada. Ocho de los nueve participantes formaron las clases de equivalencia y siete de los nueve participantes mostraron generalización del estímulo. Estos resultados, en consonancia con los reportados en la literatura, muestran el modelo de equivalencia de estímulos como una estrategia eficiente y eficaz para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Palabras-clave: Educación Matemática; Equivalencia de estímulos; Función del Primer Grado.

O ensino e aprendizagem de Álgebra Escolar tem sido tema recorrente em pesquisas sobre Educação Matemática. Essas pesquisas têm revelado o importante papel que a linguagem algébrica desempenha no desenvolvimento dos conceitos algébricos. De acordo com Drouhard e Teppo (2004), esse tipo de linguagem pode ser composto por três elementos: língua natural, escritos simbólicos e representações combinadas. Língua natural é considerada, por esses autores, como as frases ou as sentenças escritas em português, inglês, ou qualquer outro idioma, como sentenças do tipo: o número que elevado ao quadrado é nove. Os escritos simbólicos são as expressões que utilizam exclusivamente de símbolos matemáticos, por exemplo, $x + y = 20$. As representações combinadas são gráficos, desenhos, que podem incluir tanto elementos da língua natural como escritos simbólicos. Geralmente, para o mesmo objeto matemático, existem elementos da língua natural, escritos simbólicos e representações combinadas que são equivalentes, os quais devem ser utilizados de forma intercambiável na resolução de problemas e em outras aplicações. Dadas essas características, a formação de relações condicionais entre as diversas representações de um mesmo objeto matemático, formando classes de equivalência, pode ser relevante para a aprendizagem da Álgebra Escolar.

Os elementos da linguagem formam classes de equivalência quando são estabelecidas relações condicionais arbitrárias entre estímulos, conforme o modelo proposto por Sidman e Tailby (1982). Esse tipo de relação condicional pode ser estabelecido por meio do procedimento de escolha de acordo com o modelo (*matching to sample – MTS)* (Sidman & Tailby, 1982; Sidman, 2000), sendo necessário para isso que se tenham no mínimo dois estímulos condicionais diferentes (estímulos-modelo) e dois estímulos discriminativos diferentes (estímulos de comparação). Ao serem apresentados um estímulo-modelo e os dois estímulos de comparação, as respostas de escolha de um dos estímulos de comparação são reforçadas diferencialmente de acordo com as contingências previamente estabelecidas. Se, no mínimo, duas relações condicionais arbitrárias entre estímulos com um elemento em comum forem estabelecidas, os estímulos envolvidos podem vir a fazer parte do que Sidman e Tailby denominaram classe de estímulos equivalentes. Para demonstrar que houve a formação da classe de estímulos equivalentes, esses autores propuseram critérios baseados na definição de relações de equivalência da Teoria dos Conjuntos, quais sejam, testes comportamentais que verifiquem a reflexividade, a simetria e a transitividade em relações emergentes.

Estudos sobre relações de equivalência foram realizados visando o ensino de leitura e escrita (e.g., Bandini, Bandini, Sella, & de Souza, 2014; Omori & Yamamoto, 2013; Sidman, 1971; Souza, Goyos, Silvares, & Saunders, (2007); braile (Toussaint & Tiger, 2010), habilidades matemáticas, dentre outras. No que se refere às habilidades matemáticas, foram realizados, por exemplo, estudos sobre o ensino de número (e.g., Escobal, Rossit, & Goyos, 2010; Prado & de Rose, 1999; Leicester, Sidman, Stoddard & Mohr, 1971;), relações entre frações e números decimais (Hammond, Hirt, & Hall, 2011; Lynch & Cuvo, 1995), o comportamento de ordenação (e.g., Assis, Motta, & Prado, 2015; Verdu, de Souza, & Lopes Jr., 2006); a resolução de problemas aritméticos (e.g., Henklain & Carmo, 2013a; 2013b), as transformações de funções quadráticas, exponenciais e trigonométricas (Ninness et al., 2005, 2006, 2009), a inferência estatística e o teste de hipóteses (Fienup & Critchfield, 2010). Essas pesquisas demonstraram que o modelo da equivalência de estímulos é apropriado para o ensino dessas habilidades a participantes de diferentes faixas etárias, incluindo aqueles que apresentam desenvolvimento atípico.

No estudo desenvolvido por Lynch e Cuvo (1995), que foi um dos primeiros sobre ensino de Matemática usando o modelo da equivalência de estímulos, participaram sete alunos de 5ª e 6ª série (11 a 13 anos de idade) que foram identificados por seus professores como tendo dificuldades em relacionar números racionais na forma fracionária com a forma decimal. O procedimento iniciava com um pré-teste das relações condicionais feito no computador e um teste escrito. Por meio de um procedimento de escolha de acordo com o modelo, foram estabelecidas discriminações condicionais entre números racionais na forma de fração e figuras que representavam a fração (e.g., o número racional ½ com uma figura de uma barra dividida em duas partes, sendo uma parte pintada e a outra em branco) e números racionais na forma de fração e seu número decimal. Após esse treino das relações condicionais e os testes de simetria, de transitividade e de equivalência, era testada a habilidade de o participante escrever o número decimal diante de números racionais familiares a partir de sua fração (generalização de estímulos). Apesar de os participantes terem demonstrado a formação de classes de estímulos equivalentes, quatro dos sete apresentaram um desempenho de 50% a 63% de acertos no teste de generalização escrito e três apresentaram um desempenho inferior a 4% de acertos. Os autores argumentaram que o baixo desempenho nos testes de generalização apresentados por esses três participantes pode ser devido a diferença entre os testes de equivalência e o teste escrito, sugerindo a necessidade de procedimentos de ensino adicionais que facilitariam a generalização de estímulos.

Conteúdos de Álgebra e a generalização de estímulos foram abordados nos estudos de Ninness et al. (2005, 2006, 2009). No primeiro estudo, participaram estudantes universitários, funcionários de um hospital e membros de suas famílias, que não apresentavam familiaridade em relacionar expressões de funções com seus gráficos. O objetivo do estudo foi desenvolver relações entre diferentes expressões algébricas de funções matemáticas (e.g., $y = x^2 - 4$; $y = log(x\text{-}4)$; $y = sen(x) - 6$) e entre essas expressões e seus gráficos. Nesse estudo, foi utilizado um procedimento interativo-computacional com o MTS, incluindo instruções prévias. Essas instruções indicavam que tipo de transformação ocorria no gráfico da função matemática quando a expressão algébrica era, por exemplo, multiplicada por algum número. Todas as instruções foram acompanhadas pela apresentação de exemplos. Feito isso, os participantes foram submetidos ao procedimento que iniciava com a apresentação, na tela do computador, das mesmas instruções apresentadas anteriormente que eram lidas oralmente pelo participante e gravadas. Em seguida, eram estabelecidas as relações condicionais entre os estímulos. Após o teste das relações emergentes, os participantes eram submetidos a um teste de generalização, que avaliava a capacidade de o participante relacionar corretamente 40 novas expressões, que definem funções matemáticas a seus respectivos gráficos. Dez dos 11 participantes completaram o procedimento e foi demonstrada a formação das classes de estímulos equivalentes para esses participantes, sendo que seis participantes apresentaram um desempenho maior que 90% de acertos, dois apresentaram índice próximo de 85% de acertos, um acertou 77,5% e outro acertou 67,5% das relações. O alto índice de acertos nesse teste pela maioria dos participantes, segundo os autores, foi devido ao fato de que eles não estavam simplesmente relacionando fórmulas específicas a gráficos específicos, mas sim, identificavam as relações entre esses tipos de estímulos. Em relação ao teste de generalização, o índice de acertos dos participantes variou de 67,5% a 100% das relações do teste. Ninness et al. concluíram que, aprender a relacionar expressões de funções específicas entre si e com seus gráficos possibilita o estabelecimento de relações entre novas expressões de funções matemáticas e gráficos, demonstrando a habilidade generalizada de relacionar expressões de funções matemáticas mais complexas a seus gráficos.

No estudo subsequente, Ninness et al. (2006) utilizaram um procedimento similar ao anterior para analisar as transformação de função de estímulos. Nesse estudo, além das relações de identidade, foram ensinadas relações recíprocas (opostas). Assim como no estudo anterior, nesse estudo, os autores concluíram que aprender a identificar o gráfico de algumas funções particulares propiciou aos participantes o estabelecimento de uma gama maior de relações diversificadas e mais complexas entre expressões e gráficos, e entre gráficos e expressões que representam funções matemáticas.

Mais recentemente, Ninness et al. (2009) realizaram dois experimentos envolvendo relações entre diferentes representações de funções trigonométricas. No primeiro experimento, o foco foi o ensino e teste de relações emergentes de funções trigonométricas em termos da amplitude e frequência de seus gráficos, conforme alteração de parâmetros das expressões que definem as funções, seguidos de testes de generalização. No segundo experimento, o foco residiu nas relações de identidade e reciprocidade, como as do estudo anterior, seguidas de teste de generalização. Os resultados mostraram que os participantes apresentaram melhora significativa na identificação das relações de identidade, reciprocidade não apenas das funções ensinadas, mas também as relações referentes a outras funções matemáticas (generalização).

Os estudos de Ninness et al. (2005, 2006, 2009) mostram a efetividade dos procedimentos descritos anteriormente no desenvolvimento de parte do repertório comportamental algébrico. Cabe ressaltar, no entanto, que os participantes desses estudos eram adultos que, apesar de não apresentarem familiaridade com o conteúdo a ser ensinado, já haviam sido ensinados sobre esse conteúdo quando frequentaram a escola. No estudo desenvolvido por Lynch e Cuvo (1995), os participantes eram aqueles que foram identificados pelo professor como tendo dificuldades em relacionar números racionais na forma fracionária com a forma decimal, mas que já haviam frequentado aulas sobre esse conteúdo. Além disso, uma busca bibliográfica feita pelos autores do presente estudo permite afirmar que, provavelmente, não há pesquisas sobre o ensino de conteúdos algébricos na Educação Básica, envolvendo o modelo da equivalência de estímulos, com estudantes que estavam aprendendo esse conteúdo pela primeira vez. Por isso, nessa investigação, procurou-se selecionar participantes com essa característica (estudantes do Ensino Fundamental), com os seguintes objetivos: (a) demonstrar a formação de classes de estímulos equivalentes entre gráfico, tabela e expressão de funções matemáticas do primeiro grau; (b) verificar se os participantes apresentam generalização de estímulos, identificando gráficos de outras funções do primeiro grau que não fizeram parte das classes estabelecidas por meio do treino de relações condicionais.

A exemplo de Lynch e Cuvo (1995), foi aplicado um teste escrito antes e depois do procedimento de ensino com o *software*. O procedimento no computador incluiu telas de instruções conforme foi feito por Ninness et al. (2005), as quais ensinavam aos participantes a relacionar as variáveis de uma função matemática e a localizar pontos no plano cartesiano. Como as orientações curriculares brasileiras (Brasil, 1997, 2002) especificam que o ensino e aprendizagem de funções podem ocorrer no final do Ensino Fundamental, optou-se por realizar o estudo com estudantes do 8º ano, penúltima série desse nível de ensino.

Método

Participantes

Participaram do estudo nove estudantes, sendo cinco do sexo feminino e quatro do sexo masculino, identificados neste estudo por P1, P2, ..., P9, cujas idades variavam de 12 a 15 anos. Todos estavam regularmente matriculados no 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública municipal localizada em uma cidade do interior do Estado de Mato Grosso do Sul. O convite para participar do estudo foi feito a todos os alunos da turma pela supervisora da escola e os selecionados foram aqueles que se dispuseram a participar, e cujos pais encaminharam o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido devidamente assinado.

Materiais

A programação das relações entre os diferentes elementos da linguagem algébrica das classes de equivalência, bem como a coleta de dados, foram realizadas com o uso de quatro computadores HP Compaq LE1911, com monitores de 19 polegadas e do *Software* Equivalência (Santos, 2001). Nas Figuras 1 e 2 estão representados os estímulos dos conjuntos língua natural, gráfico, tabela e expressão de funções matemáticas usados nas diferentes fases de ensino do procedimento com a separação de acordo com as classes a serem formadas.

Um teste escrito (Fase 1) composto por sete questões abertas foi elaborado, o qual continha questões sobre relações entre elementos da linguagem algébrica – língua natural, gráfico, tabela e expressão de funções matemáticas. As questões deste teste escrito são apresentadas na Figura 3.

Procedimento

O procedimento, apresentado de forma resumida na Tabela 1, foi composto por um pré-teste e um pós-teste feitos em folhas de papel (Fase 1 e Fase 6), e as fases realizadas no computador com o *Software* Equivalência. O procedimento no computador foi composto por um pré-teste informatizado (Fase 2), e três fases de ensino e teste (Fase 3 a Fase 5) compostas cada uma por: blocos de treino de discriminações condicionais, blocos de teste das relações emergentes e blocos de teste da generalização de estímulos (pós-teste).

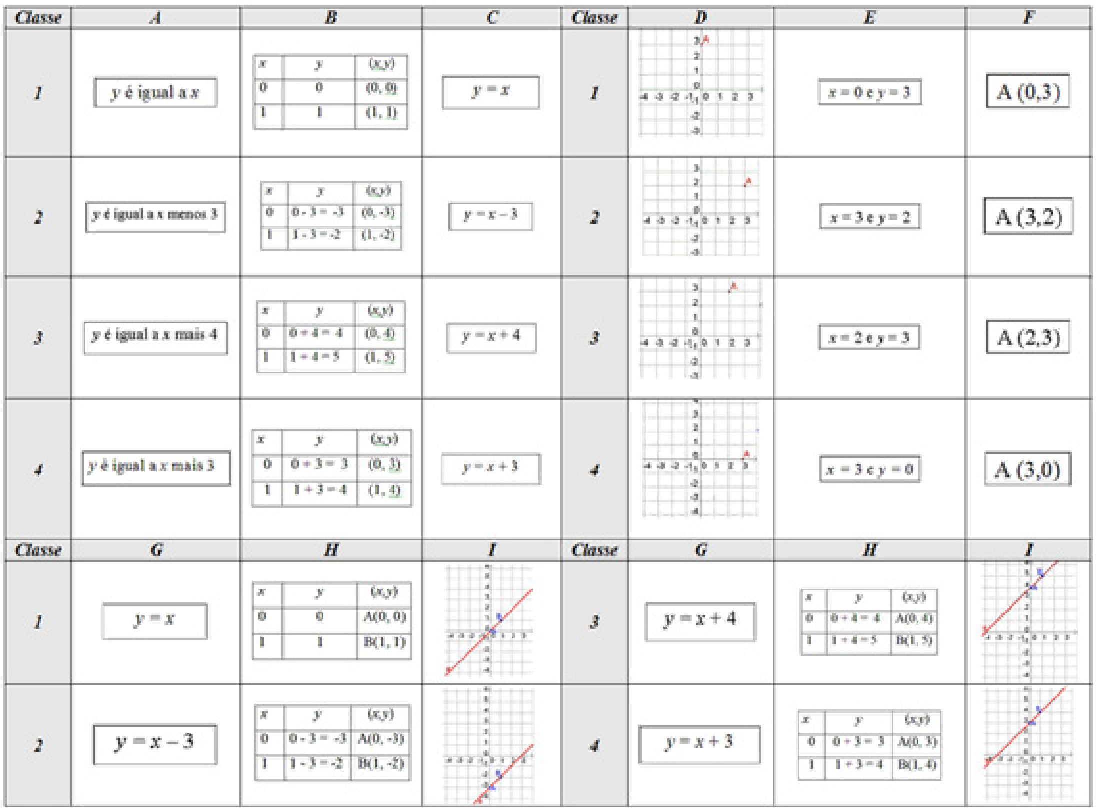


Figura 1. Elementos da linguagem algébrica utilizados no pré-teste (Fase 2) e no pós-teste com o Computador (generalização). Nas colunas estão os três elementos de cada classe e as linhas os elementos das classes de equivalência a serem formadas.

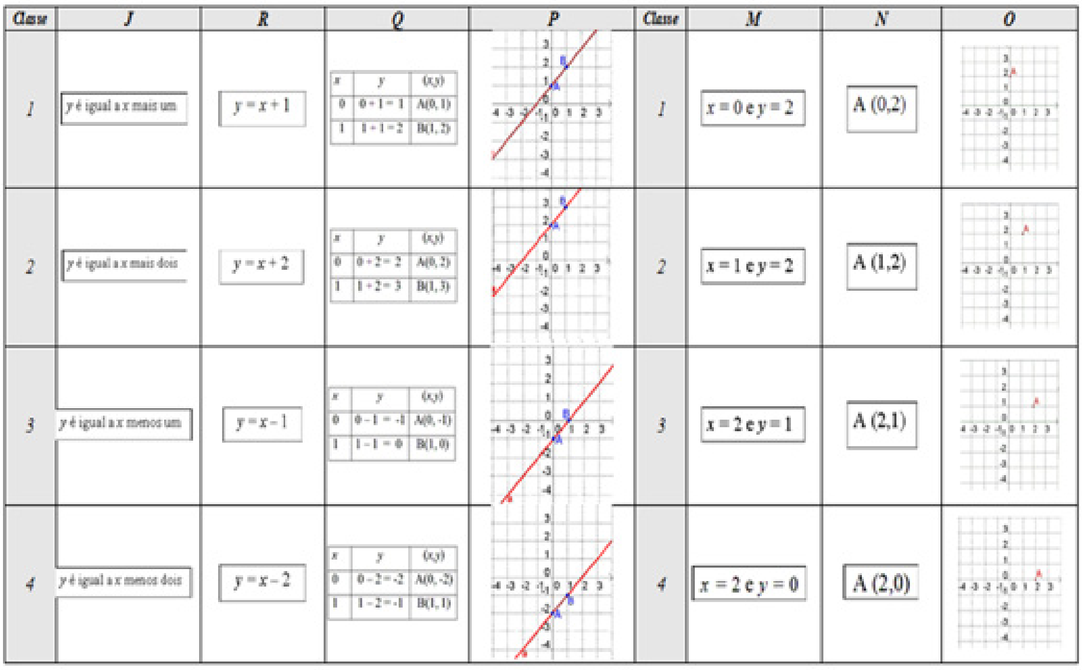
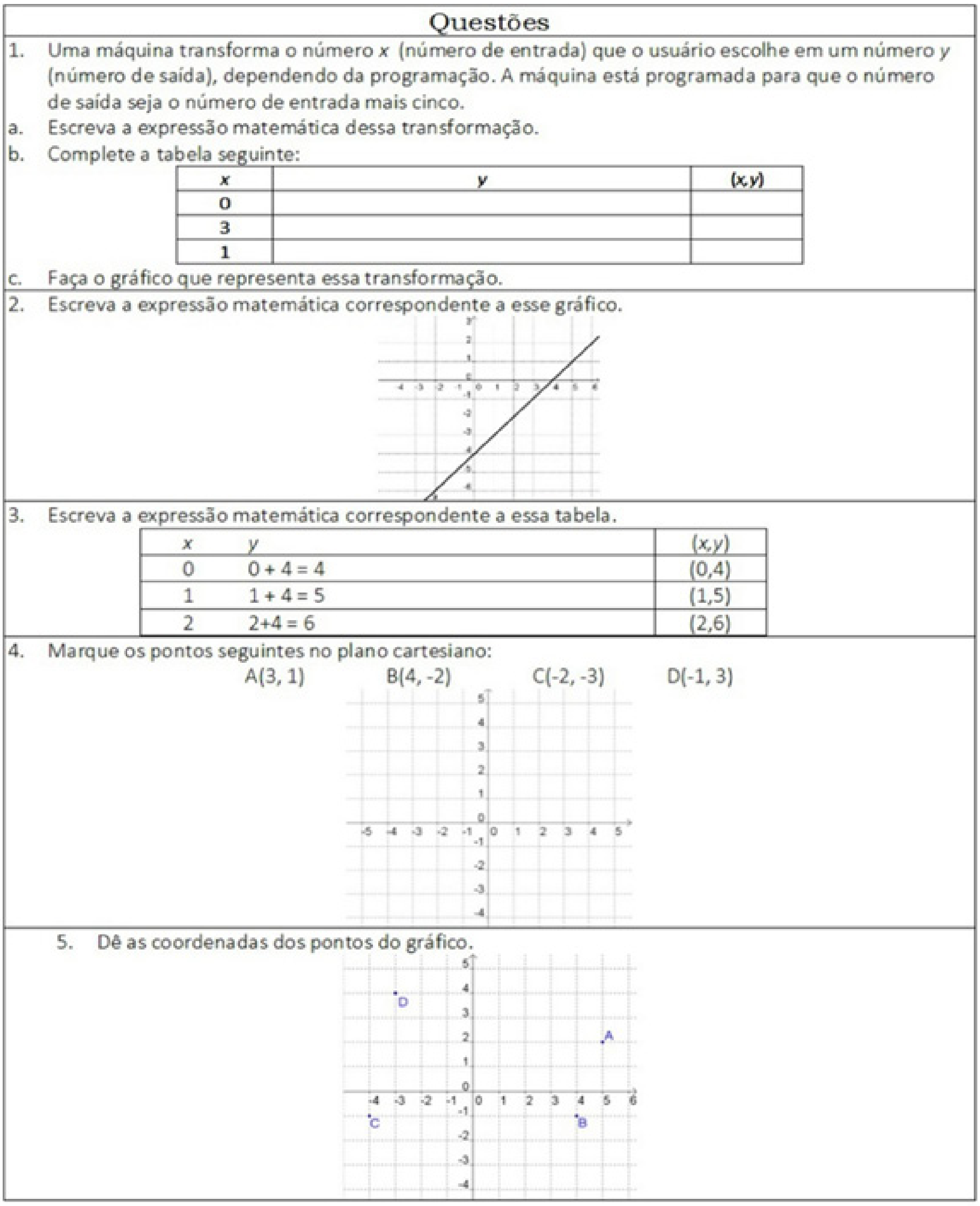


Figura 2. Elementos da linguagem algébrica utilizados nas Fases 3, 4 e 5. Nas colunas estão os elementos de cada classe e as linhas os elementos das classes de equivalência a serem formadas.



Questões

1. Uma máquina transforma o número *x* (número de entrada) que o usuário escolhe em um número *y* (número de saída), dependendo da programação. A máquina está programada para que o número de saída seja o número de entrada mais cinco.

a. Escreva a expressão matemática dessa transformação.

b. Complete a tabela seguinte:

x	y	(x,y)
0		
3		
1		

c. Faça o gráfico que representa essa transformação.

2. Escreva a expressão matemática correspondente a esse gráfico.

3. Escreva a expressão matemática correspondente a essa tabela.

x	y	(x,y)
0	0 + 4 = 4	(0,4)
1	1 + 4 = 5	(1,5)
2	2+4 = 6	(2,6)

4. Marque os pontos seguintes no plano cartesiano:

A(3, 1) B(4, -2) C(-2, -3) D(-1, 3)

5. Dê as coordenadas dos pontos do gráfico.

Figura 3. Questões que fizeram parte do pré-teste e do pós-teste escritos.

O ensino das discriminações condicionais e os testes das relações emergentes foram realizados por meio de MTS simultâneo, em que o estímulo-modelo permanecia na tela enquanto um estímulo de comparação podia ser escolhido. Durante os blocos de treino, as respostas dos participantes eram reforçadas diferencialmente, com critério de acertos de 80%. Cada uma das relações dos blocos de treino foi apresentada quatro vezes, de modo que o estímulo de comparação correto ocupasse as quatro posições possíveis da tela. A estrutura de ensino utilizada em todos os blocos foi *sample as node* (SaN).

O pré-teste escrito (Fase 1) foi realizado antes do procedimento no computador. Os participantes receberam o formulário (Figura 3), sendo instruídos a não usarem outras folhas de papel, calculadora ou outros materiais para resolver todas as questões. Após o pré-teste escrito, cada um dos participantes ocupou um computador para realizar o pré-teste informatizado (Fase 2). Este teste consistiu da verificação de 48 relações (conforme Tabela 1) entre os elementos da linguagem algébrica apresentados na Figura 1. Tais elementos da linguagem algébrica (estímulos-modelo e estímulos de comparação) que foram utilizados nessas fases do estudo não fizeram parte de nenhum bloco de treino nas demais fases.

A Fase 3 foi composta de seis blocos: bloco de instruções, blocos de treino e três blocos de verificação das relações emergentes e um bloco de verificação da generalização de estímulos. O objetivo do bloco de instruções era a familiarização do participante com o *software* e as relações entre os elementos apresentados nos blocos seguintes. As instruções específicas desses blocos eram: "Uma máquina transforma todo número escolhido pelo usuário em outro número. A transformação depende da programação que Renato faz. Renato programou a máquina para que o número de saída fosse o número de entrada mais um. Escolha uma expressão do centro da tela que está correta com o número de saída apresentado no centro da tela". Essas instruções foram apresentadas em quatro telas, uma sentença em cada uma. As instruções apareciam no centro da tela e a palavra ¨Prosseguir¨ no canto inferior direito. Após a apresentação dessas instruções específicas, os participantes foram orientados a ler com atenção o que era apresentado no centro da tela e depois clicar na palavra "prosseguir". Em seguida, eram apesentadas relações entre elementos numéricos e operações relacionadas às instruções específicas apresentadas. Por exemplo, era apresentado como estímulo-modelo o número 3 e como estímulos de comparação expressões como 3+1, 0+1, 1+1 e 2+1. Em seguida, nesse mesmo bloco, eram apresentadas tentativas que envolviam elementos da linguagem algébrica. As instruções específicas foram repetidas considerando as funções y=x+2, y=x-1e y=x-2

Tabela 1
Fases, estímulos ou relações e número de tentativas ou de questões por blocos.

Fases	Blocos	Estímulos ou Relações	Tentativas/questões
1	Pré-teste escrito	Questões que constam da Figura 3	7
2	Pré-teste	AB AC BC DE EF FD GH HG HI IH GI IG	48
3	Instruções	Frases de instrução	20
	Treino	JK JL	32
	Teste Linha de Base	JK JL	8
	Teste Simetria	KJ KL	8
	Teste Equivalência	KL LK	8
	Generalização	AB BC AC BA CB CA	24
4	Instruções	Frases de instrução	8
	Treino	MN MO	32
	Teste Linha de Base	MN MO	8
	Teste Simetria	NM OM	8
	Teste Equivalência	NO ON	8
	Generalização	DE EF FD ED FE DF	24
5	Treino	QP QR	32
	Teste Linha de Base	QP QR	8
	Teste Simetria	RQ PQ	8
	Teste Equivalência	PR RP	8
	Generalização	GH HG HI IH GI IG	24
6	Pós-teste escrito	Questões que constam da Figura 3	7

Em seguida, eram realizados: um bloco de treino, três blocos de teste que podiam ser repetidos e um bloco de teste de generalização. No bloco treino, eram ensinadas discriminações condicionais entre língua natural (por exemplo, "número de saída igual número de entrada mais um") e escritos simbólicos (por exemplo, y=x+1). Uma vez atingido o critério de acertos de 80% nesse bloco de treino, os participantes eram submetidos aos blocos de teste, para o teste de emergência das relações de equivalência entre os estímulos da língua natural, escritos simbólicos e representações combinadas. Em seguida, os participantes eram submetidos ao pós-teste no computador, que continha 24 das relações do pré-teste no computador e envolviam os estímulos: língua natural, escritos simbólicos e representações combinadas.

A Fase 4 teve como objetivo estabelecer relações entre pares ordenados e o plano cartesiano. As instruções apresentadas foram: "Podemos representar os números de entrada (x) e saída (y) no Plano Cartesiano. Nesse plano, o eixo horizontal representa o número de entrada (x)." Logo após, aparecia uma tela com uma figura indicando o eixo. Na tela seguinte, a instrução era: "O eixo vertical representa o número de saída (y)". Depois, apareciam duas telas com duas figuras, uma após a outra, sendo que na primeira era indicado o eixo y e na segunda os dois eixos. Em seguida, aparecia uma tela com a instrução "se o número de entrada for dois (x=2) e o número de saída for três (y=3), a representação cartesiana será o ponto A(2,3)". Depois era apresentada uma figura indicando o ponto A(2,3) no plano cartesiano.

A seguir, era apresentado o bloco treino, composto por 32 tentativas envolvendo os elementos da linguagem algébrica apresentados na Figura 2. As relações dessa fase envolviam apenas pontos localizados sobre no primeiro quadrante do plano cartesiano. Se o critério de 80% de acertos nos blocos de treino e nos de teste não fosse atingido, o bloco de treino daquela fase era reapresentado, reiniciando a sequência. Após terem atingido o critério no teste de equivalência, os participantes eram submetidos ao pós-teste no computador que envolvia 24 relações entre pares ordenados e sua suas representações no plano cartesiano.

Na Fase 5, foram treinadas as relações entre três elementos da linguagem algébrica característicos de funções do primeiro grau da forma y=1x+b: escritos simbólicos (expressão que define uma função) e representações combinadas (tabelas e gráficos) (ver Figura 2). Nessa fase, não havia telas de instrução. As respostas dos participantes no bloco de treino eram reforçadas diferencialmente e as emitidas nos testes eram submetidas ao procedimento de extinção. As classes de equivalência a serem formadas nessa fase referiam-se às funções y=x+1, y=x+2, y=x-1, y=x-2. Após o teste de equivalência, os participantes eram submetidos ao pós-teste no computador, que era composto por 24 relações entre os elementos gráfico da função, as expressões e as tabelas.

Na Fase 6, os participantes receberam o mesmo teste escrito realizado na Fase 1 e responderam as sete questões que ele continha sem o uso de calculadora, rascunho ou qualquer material. Os elementos da linguagem algébrica que foram apresentados no formulário de teste não apareceram em nenhuma das fases do procedimento no computador.

Resultados

Os participantes necessitaram de uma única sessão para realizar o procedimento, cuja duração variou de 1h45min a 3h45min. A produção escrita dos participantes nos testes escritos (Fase 1 e Fase 6) foi avaliada a partir da resolução das questões. As respostas foram classificadas em quatro grupos: correta, parcialmente correta, incorreta, em branco. Para cada um desses grupos, foram atribuídos: 2 pontos, se a resolução e resposta estivessem totalmente corretas; 1 ponto, se a resposta e/ou resolução estivessem parcialmente corretas; e zero, se a resolução e resposta estivessem incorretas ou em branco. Por meio dessa pontuação, foi calculado o desempenho percentual dos participantes nesse teste, que era de 100% se todas as repostas estivessem totalmente corretas. Verificou-se que 8% das resoluções do total de questões foi considerado como correto, 19% parcialmente correto, 43% como incorreto e cerca de 30% estavam em branco.

No pós-teste escrito, verificou-se que as porcentagens de resoluções corretas foi de 60,3%; 15,8 % foram classificadas como parcialmente corretas; 17,6% como incorretas e 6,3% estavam em branco. Oito dos nove participantes foram capazes de escrever a expressão da função que representa uma situação, sete foram capazes de esboçar o gráfico cartesiano da função e seis foram capazes de completar uma tabela que continha alguns dos pontos da função. Seis participantes identificaram a expressão matemática de uma função representada em forma de uma tabela, mas apenas três escreveram a expressão matemática de uma função a partir do gráfico.

A Figura 4 apresenta uma comparação do desempenho dos estudantes nos pré-teste e pós-testes no computador (parte superior) e nos pré-teste e pós-teste escritos (parte inferior). O desempenho dos participantes no pré-teste realizado no computador variou entre 60% e 85% de acertos (correspondendo respectivamente a 29 e 41 acertos de um total de 48 relações), o que difere do desempenho no pré-teste escrito, que variou entre zero a 43% de acertos (o que corresponde a zero e três acertos de um total de sete questões escritas).

Na Tabela 2 está a distribuição do número de vezes que cada participante foi submetido aos blocos das três fases do procedimento no computador, exceto o pós-teste que não era repetido. Verifica-se nessa tabela que o Participante 9 realizou todos os blocos apenas uma vez e que os Participantes 2, 3, 4

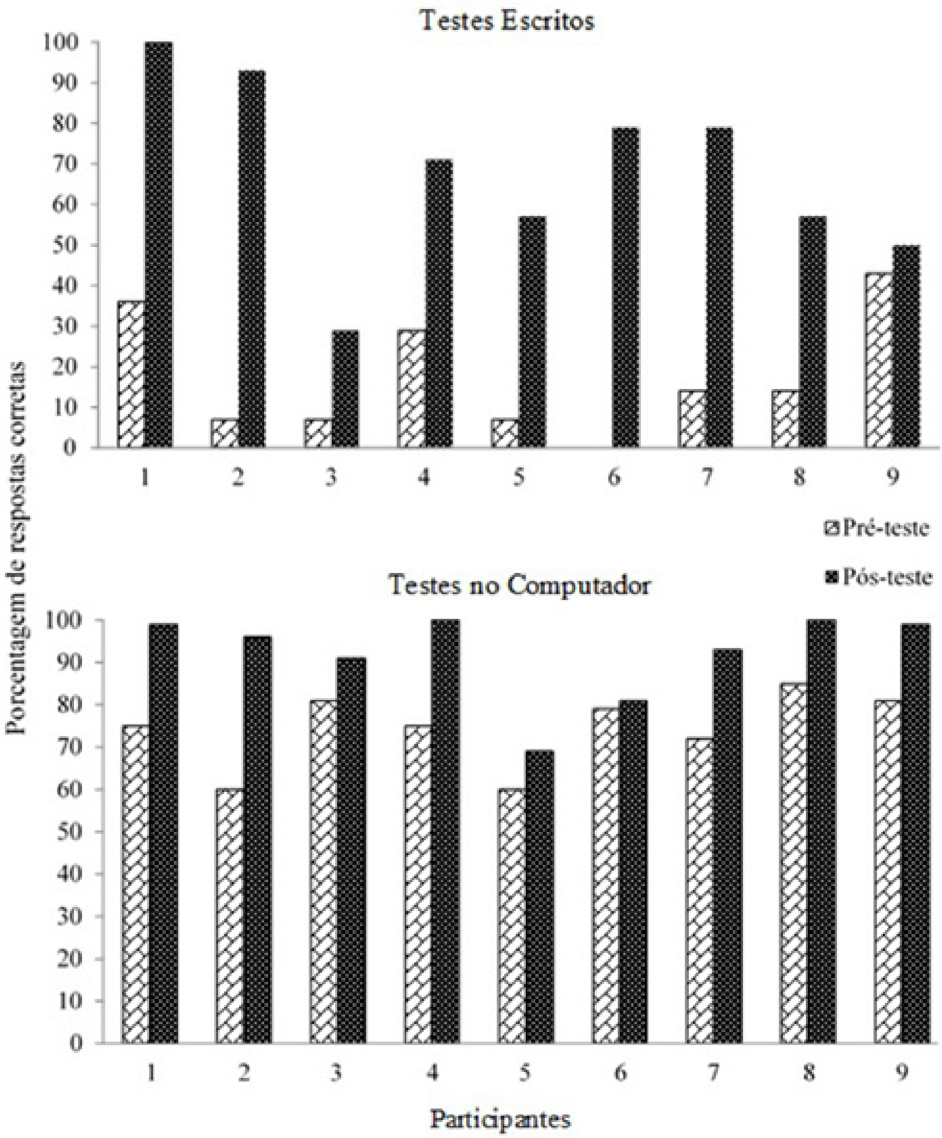


Figura 4. Porcentagens de respostas corretas no pré-teste e no pós-teste escritos (parte superior da figura) e no pré-teste e no pós-teste no computador (parte inferior).

Tabela 2.
Distribuição do número de vezes que os participantes foram submetidos a cada um dos blocos de treino e teste do procedimento no computador.

Fases	Blocos	Participantes								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
3	Treino	2	1	1	1	2	2	1	2	1
	Teste Linha de Base	2	1	1	1	1	2	1	2	1
	Teste Simetria	2	1	1	1	1	1	1	1	1
	Teste Equivalência	1	1	1	1	1	1	1	1	1
4	Treino	1	4	1	9	6	1	4	4	1
	Teste Linha de Base	1	2	1	4	4	1	1	2	1
	Teste Simetria	1	1	1	4	2	1	1	1	1
	Teste Equivalência	1	1	1	2	1	1	1	1	1
5	Treino	1	2	5	1	1	*	9	1	1
	Teste Linha de Base	1	2	5	1	1	*	5	1	1
	Teste Simetria	1	2	5	1	1	*	1	1	1
	Teste Equivalência	1	2	4	1	1	*	1	1	1

Nota: Dados da Fase 5 do Participante 6 foram perdidos por falha no *software*.

e 5 realizaram os blocos da Fase 1 apenas uma vez. O Participante 4 realizou nove vezes o bloco de treino da Fase 2 e o Participante 7, nove vezes o bloco de treino da Fase 3. Esse foi o número máximo de vezes que um bloco teve que ser realizado.

Na Fase 3, foi solicitado aos participantes que estabelecessem relações entre os estímulos: língua natural, representações combinadas (tabela) e escritos simbólicos. O desempenho por participante no ensino e nos testes dessa fase é apresentado na Tabela 5.

Tabela 3
Distribuição das porcentagens de respostas corretas em cada bloco do procedimento com o computador.

Fases	Blocos	Participantes								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
3	Treino	100	100	100	93,8	93,8	100	100	100	100
	Teste L. Base	100	100	100	87,5	100	100	100	100	87,5
	Teste Simetria	100	100	100	100	100	87,5	100	100	100
	Teste Equiv.	100	100	87,5	100	100	100	100	100	100
	Generalização	100	100	95,8	100	41,7	87,5	100	100	100
4	Treino	100	93,8	81,3	87,5	90,6	96,9	84,4	87,5	90,6
	Teste L. Base	87,5	100	87,5	100	100	100	100	87,5	100
	Teste Simetria	100	100	87,5	100	87,5	100	100	100	100
	Teste Equiv.	100	100	87,5	100	87,5	100	100	87,5	100
	Generalização	95,8	87,5	83,3	100	100	95,8	83,3	100	95,8
5	Treino	90,6	96,9	93,8	90,6	96,9	*	93,8	100	87,5
	Teste L. Base	100	100	100	100	100	*	87,5	100	87,5
	Teste Simetria	100	100	100	87,5	100	*	100	100	100
	Teste Equiv.	87,5	87,5	100	100	100	*	100	87,5	100
	Generalização	100	100	95,8	100	66,7	54,2	95,8	100	100

Nota: Dados da Fase 5 do Participante 6 foram perdidos por falha no *software*.

Com exceção do Participante 5, os demais participantes demonstraram formação das classes de estímulos equivalentes. Na Fase 4, o Participante 3 apresenta porcentagens de acertos que não ultrapassam 90%, mas esse participante, assim como os Participantes 1, 6 e 9 conseguiram atingir o critério de acertos na primeira vez que foram submetidos aos blocos
Na Fase 5, os participantes estabeleceram relações entre elementos da linguagem algébrica referentes a funções do primeiro grau da forma y=1x+b. Com exceção do Participante 6, cujos dados foram perdidos, os demais participantes atingiram o critério de acertos especificado de 80% de acertos. Dos nove participantes, três necessitaram repetir os blocos de treino ou de teste. No teste de generalização, cinco dos nove participantes atingiram o desempenho de 100% de acertos, dois 95,8% e dois abaixo de 80% (66,7% e 54,2 %).

Discussão

Os resultados do presente estudo permitem observar que houve a formação das classes de equivalência referentes a elementos da linguagem algébrica relacionados à função matemática do primeiro grau para todos os participantes em todas as fases (exceto para o Participante 6 na Fase 5), bem como a generalização de estímulos (pós-teste escrito), que consiste no estabelecimento de relações entre elementos da linguagem algébrica diferentes dos previamente ensinados para cinco dos nove participantes.

O tempo necessário para a conclusão do procedimento foi relativamente curto, quando comparados com outros estudos como o de Lynch e Cuvo (1995), no qual os participantes que apresentavam dificuldades no conteúdo matemático, necessitaram de duas a cinco sessões de 16 a 20 minutos cada, durante cinco semanas, para completar todo o procedimento. O presente estudo possibilitou que os participantes pudessem concluir todas as etapas do procedimento em apenas uma sessão que variou de 1h45min a 3h45min, atingindo todos os critérios definidos no procedimento.

O pré-teste escrito (questões sobre relações entre língua natural, gráfico, tabela e expressão de funções matemáticas) mostrou que os participantes não estavam familiarizados com o conteúdo a ser ensinado, uma vez que a média de acertos dos participantes foi de 17,5%, mas o pré-teste no computador (teste das relações entre os elementos da linguagem algébrica - AB AC BC DE EF FD GH HG HI IH GI IG) não corrobora essa afirmação. Entretanto, cabe ressaltar que, nos testes com o computador, houve um aumento no desempenho de todos os participantes. O desempenho relativamente alto no pré-teste no computador pode ser devido ao fato de que grande parte das relações desse teste eram relações entre língua natural e escritos simbólicos (por exemplo, "y é igual a x mais um" e "y=x+1"), que são relações que caracterizam nomeação dos estímulos que compõem a sentença. Por esse motivo, o pré-teste no computador não foi completamente eficiente na avaliação do repertório inicial dos participantes. Para que o fosse, poder-se-ia excluir, em estudos futuros, todas essas relações consideradas como nomeação de estímulos, uma vez que se pressupõe que já fazem parte do repertório de estudantes com idade como a dos participantes deste estudo.

A formação das classes de equivalência referentes aos elementos da linguagem algébrica na Fase 5 foi verificada para os participantes do presente estudo. As instruções fornecidas antes do bloco treino na Fase 3 auxiliaram no estabelecimento das relações desse bloco. Com exceção do Participante 5, os demais apresentaram um desempenho acima de 87% de acertos no pós-teste escrito. Esse resultado confirma a hipótese de que a formação de classes de estímulos equivalentes referente a elementos da linguagem algébrica de algumas funções, como as utilizadas nos treinos deste estudo, contribui para que fossem estabelecidas discriminações condicionais entre elementos da linguagem algébrica referentes a outras funções (generalização de estímulos), o que foi verificado a partir dos resultados de oito dos nove participantes.

Na Fase 4, verificou-se a formação das classes de equivalência e um desempenho superior a 83% de acertos no pós-teste para todos os participantes. O número de vezes que alguns participantes repetiram alguns blocos pode ser devido ao fato de eles não se atentarem às instruções iniciais do bloco ensino ou até mesmo não as lerem. Para garantir que o participante lesse a instrução, poder-se-ia ter utilizado a estratégia de Ninness et al. (2005)

de solicitar que os participantes lessem em voz alta as instruções, gravando-as em arquivo de áudio no computador. Essa é mais uma sugestão que se faz para estudos futuros.

Na Fase 5, não foram apresentadas telas de instrução. Nessa fase, o comportamento de responder corretamente a relações entre elementos da linguagem algébrica – gráfico, tabela e expressão – foi modelado pelas consequências. A formação das classes de estímulos equivalentes para oito participantes foi demonstrada e apenas um deles (com exclusão daquele cujos dados foram perdidos) apresentou um desempenho (66,7%) no pós-teste no computador inferior a 95,8% de acertos. Um menor número de participantes necessitou repetir um dos blocos para atingir o critério de 80% de acertos, nessa fase, o que mostra que a tarefa foi menos difícil do que a dos blocos anteriores. Isso permite sugerir também que as fases anteriores, provavelmente, forneceram todos os elementos necessários para que os participantes não apenas discriminasses os estímulos e respondesse às relações específicas entre o gráfico, a tabela e a expressão das funções y=x+1, y=x+2, y=x-1 e y=x-2, mas também entre gráficos, tabelas e expressões de funções do primeiro grau da forma y=1x+b. A generalização de estímulos ocorreu porque os elementos da linguagem algébrica utilizados como estímulos em todos os blocos do procedimento são compostos de vários elementos que se inter-relacionam, fazendo com que a aprendizagem da relação entre, por exemplo, um gráfico e uma tabela represente a aprendizagem da relação entre um conjunto de relações e outro conjunto de relações, conforme argumentaram Ninness et al. (2006).

No pós-teste escrito, observou-se que muitos participantes apresentaram grande parte do repertório comportamental que caracteriza o conhecimento de função do primeiro grau, uma vez que 60,3% das resoluções das questões foram classificadas como corretas e apenas 23,8% como incorretas ou em branco. A comparação da produção escrita dos participantes no pré-teste e no pós-teste escrito permite verificar que houve melhora no desempenho dos participantes no pós-teste. Foi verificada uma diferença acentuada no desempenho de sete dos nove participantes. Esses resultados sugerem que a formação de relações de equivalência entre elementos da linguagem algébrica referentes à função do primeiro grau possibilitou a generalização de estímulos. Isso significa que aprender a relacionar tabela, gráfico e expressão de funções matemáticas do primeiro grau específicas, por meio do procedimento desenvolvido no presente estudo faz com que seja possível relacionar gráfico, tabela e expressão de outras funções matemáticas do primeiro grau.

Apesar de, no geral, os resultados dos testes escritos e dos de generalização mostrarem a efetividade do procedimento de ensino para os propósitos dessa investigação, os resultados do Participante 9 parecem contraditórios. Este participante apresentou um pequeno aumento no desempenho dos testes escritos e no computador. Esse tipo de contradição merece ser investigada em pesquisas futuras, nas quais se pode solicitar aos participantes que falem o que estão levando em consideração ao escolherem as respostas, possibilitando uma análise desses relatos.

Poucas são as pesquisas sobre formação de classes de estímulos equivalentes aplicadas ao ensino e a aprendizagem de conteúdos matemáticos relacionados à Álgebra. Os estudos encontrados na literatura (Ninness et al., 2005, 2006, 2009) foram desenvolvidos por psicólogos e tiveram como participantes pessoas adultas e/ou adolescentes que, mesmo tendo demonstrado desconhecimento do conteúdo nos pré-testes desenvolvidos antes de cada um dos estudos, eram pessoas às quais os conteúdos já haviam sido ensinados na escola. Esse é o primeiro estudo, dentre os que foram localizados pela revisão bibliográfica, sobre a utilização desse modelo no ensino e na aprendizagem de função do primeiro grau a estudantes que estão sendo submetidos ao ensino de função do primeiro grau pela primeira vez.

Os resultados desse estudo são consistentes com os apresentados na literatura (Ninness et al., 2005, 2006, 2009; Lynch & Cuvo, 1995; Fienup & Critchfield, 2010) no que se refere à efetividade da utilização do modelo da equivalência de estímulos como estratégia de ensino e de aprendizagem de matemática. Sendo assim, o procedimento de ensino utilizado nessa investigação pode ser considerado como uma possibilidade metodológica a mais para o ensino de função matemática do primeiro grau, que pode ser incorporada pelos professores em seu trabalho.

Referências

Assis, G. J. A., Motta, C. M., & Prado, P. S. T. (2015). Efeito de reforçadores condicionados específicos em classes ordinais em humanos. *Temas em Psicologia, 23*, 211-224. doi:10.9788/TP2015.1-14

Bandini, C. S. M., Bandini, H. H. M., Sella, A. C., & de Souza, D. G. (2014). Emergence of reading and writing in illiterate adults after matching-to-sample tasks. *Paidéia, 24*, 75-84. doi:10.1590/1982-43272457201410

Brasil (1997). Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.* Brasília: MEC/SEF.

Brasil (2002). Secretaria de Educação Básica. *PCN+: Orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias.* Brasília: MEC.

Drouhard, J. P., & Teppo, A. R. (2004). Symbols and language. In K. Stacey, H. Chick & M. Kendal (Orgs.), *The future of teaching and learning of algebra* (pp. 227-264). Melbourne: Kluwer Academic.

Escobal, G., Rossit, R. A. S., & Goyos, C. (2010). Aquisição de conceito de número por pessoas com deficiência intelectual. *Psicologia em Estudo, 15*, 467-475. doi:10.1590/S1413-73722010000300004

Fienup, D. M., & Critchfield, T. S. (2010). Efficiently establishing concepts of inferential statistics and hypothesis decision making through contextually-controlled equivalence classes. *Journal of Applied Behavior Analysis*, *43*, 437-462. doi:10.1901/jaba.2010.43-437

Hammond, J. L., Hirt, M., & Hall, S. S. (2011). Effects of computerized match-to-sample training on emergent fraction–decimal relations in individuals with fragile X syndrome. *Research in Developmental Disabilities, 33*, 1–11. doi:10.1016/j.ridd.2011.08.021

Henklain, M. H. O., & Carmo, J. S. (2013a). Equivalência de estímulos e redução de dificuldades na solução de problemas de adição e subtração. *Psicologia: Teoria e Pesquisa, 29*, 341-350. doi:10.1590/S0102-37722013000300012

Henklain, M. H. O., & Carmo, J. S. (2013b). Stimulus equivalence and increase of correct responses in addition and subtraction problems. *Paidéia*, *23*, 349-358. doi:10.1590/1982-43272356201309

Leicester. J., Sidman, M., Stoddard, L. T. & Mohr, J. P. (1971). The nature of aphasic responses. *Neuropsychologia, 9,* 141-155.

Lynch, D. C., & Cuvo, A. J. (1995). Stimulus equivalence instruction of fraction-decimal relations. *Journal of Applied Behavior Analysis*, 28, 115–126. doi:10.1901/jaba.2005.2-04

Ninness, C., Rumph, R., McCuller, G., Harrison, C., Ford, A. M., & Ninness, S. (2005). A functional analytic approach to computer-interactive mathematics. *Journal of Applied Behavior Analysis*, *38*, 1-22. doi:10.1901/jaba.2005.2-04

Ninness, C., Barnes-Holmes, D., Rumph, R., McCuller, G., Ford, A. M., Payne R., & Elliot, M. P. (2006). Transformations of mathematical and stimulus functions. *Journal of Applied Behavior Analysis*, *39*, 299-321. doi:10.1901/jaba.2006.139-05

Ninness, C., Dixon, M., Barnes-Holmes, D., Rehfeldt, R. A., Rumph, R., McCuller, G., Holland, J., Smith, R., Ninnes, S. K. & McGinty, J. (2009). Constructing and deriving reciprocal trigonometric relations: a functional analytic approach. *Journal of Applied Behavior Analysis*, 42, 191-208. doi:10.1901/jaba.2009.42-191

Omori, M., & Yamamoto, J. (2013). Stimulus pairing training for Kanji reading skills in students with developmental disabilities. *Research in Developmental Disabilities*, *34*, 1109-1118. doi:10.1016/j.ridd.2012.12.016

Prado, P. S. T., & de Rose, J. C. (1999). Conceito de número: Uma contribuição da análise comportamental da cognição. *Psicologia: Teoria e Pesquisa*, *15*, 227-235. doi:10.1590/S0102-37721999000300006

Santos, E. C. (2001). *Equivalência*. [Software de computador].

Sidman, M. (1971). Reading and auditory-visual equivalence. *Journal of Speech and Hearing Research, 14*, 5-13. doi:10.1044/jshr.1401.05

Sidman, M., & Tailby, W. (1982). Conditional discrimination vs. matching to sample: An expansion of the testing paradigm. *Journal of the*

Experimental Analysis of Behavior, *37*, 5-22. doi:10.1901/jeab.1982.37-5

Sidman, M. (2000). Equivalence relations and the reinforcement contingency. *Journal of the Experimental Analysis of Behavior*, *74*, 127-146. doi:10.1901/jeab.2000.74-127

Souza, S. R., Goyos, C., Silvares, E. F. M., & Saunders, R. (2007). Emergence of printing and spelling skills from constructed-response matching-to-sample instruction (CRMTS). *European Journal of Behavior Analysis, 8*, 49-64.

Toussaint, K. A., & Tiger, J. H. (2010). Teaching early braille reading skills within a stimulus equivalence paradigm to children with degenerative visual impairments. *Journal of Applied Behavior Analysis, 43*, 181-194. doi:10.1901/jaba.2010.43-181

Verdu, A. C. M. A., de Souza, D. G., & Lopes Jr., J. (2006). Formação de classes ordinais após a aprendizagem de sequências independentes. *Estudos de Psicologia*, 11, 87-99. doi:10.1590/S1413-294X2006000100011

Informações do Artigo

Histórico do artigo:
Submetido em: 17/08/2015
Primeira decisão editorial: 20/10/2015
Aceito em: 21/12/2015
Editor associado: Edson M. Huziwara